

JEU DE CARTES

Tirages et Combinaisons

- Situation : on prend 5 cartes dans un jeu de 32 cartes

C'est un tirage SANS ORDRE NI RETIÈSE de 5 éléments parmi 32

$$\Rightarrow \text{il y en a } \binom{32}{5} = \frac{32!}{5!27!}$$

$$= \frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$$

$$= 32 \times 31 \times 29 \times 7$$

$$= 201\,376$$

On a donc 201 376 tirages possibles

• Nombre de tirages contenant un carré ?

{ Hauteur du carré $\Rightarrow$ 8 choix possibles
Carré isolé $\Rightarrow$ 28 choix (parmi les cartes restantes)

Cela nous donne $8 \times 28 = \underline{224}$ tirages possibles

• Nombre de tirages contenant un full (paire + brelan) ?

* La paire { hauteur $\Rightarrow$ 8 choix
couleurs $\Rightarrow \binom{4}{2} = 6$ choix

soit $8 \times 6 = 48$ choix possibles

* Le brelan { hauteur $\Rightarrow$ 7 choix
couleurs $\Rightarrow \binom{4}{3} = 4$ choix

soit $7 \times 4 = 28$ choix possibles

Cela nous donne $48 \times 28 = \underline{1344}$ tirages

• Nombre de tirages contenant une double paire ?

! Si on considère $\left\{ \begin{array}{l} \text{la première paire} \\ \text{la seconde paire} \end{array} \right.$

on met un ordre alors qu'on fait un tirage sans ordre

* hauteurs des paires : $\binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$ choix

* couleurs des paires : $\binom{4}{2} \times \binom{4}{2} = 36$ choix (6 chacune)

* dernière carte : $32 - 8 = 24$ choix

Cela nous donne $28 \times 36 \times 24 = \underline{24192}$ tirages

• Nombre de tirages contenant une paire ?

* hauteur de la paire $\rightarrow 8$ choix

* couleurs de la paire $\rightarrow \binom{4}{2} = 6$ choix

* $\left\{ \begin{array}{l} \text{hauteurs des autres cartes} \rightarrow \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35 \\ \text{couleurs des autres cartes} \rightarrow 4^3 = 64 \end{array} \right.$

Cela donne $8 \times 6 \times 35 \times 64 = \underline{107520}$ tirages